Gestion des contraintes égalité dans un algorithme de point intérieur

Adrien Lesage[1]
LocalSolver, Paris, France
alesage@localsolver.com

Mots-clés : *optimisation, point intérieur.*

1 Contexte

Une méthode de point intérieur est un type d'algorithme qui est classiquement utilisé pour résoudre des problèmes d'optimisation convexe non-linéaire. L'idée générale de ces méthodes est de remplacer la résolution de

$$\min_{c(x)\leq 0} f(x) \tag{1}$$

par la minimisation de la fonction

$$B_\mu : x \mapsto f(x) - \mu \sum_i \log(-c_i(x)). \tag{2}$$

Le paramètre μ est appelé " paramètre de barrière", la fonction $x \mapsto \mu \sum_i \log(-c_i(x))$ est la "fonction barrière". Pour $\mu > 0$, la fonction barrière prend des valeurs infinies sur l'ensemble $\{x, c(x) = 0\}$ donc le minimiseur $x^\star_\mu$ de B_μ est à l'intérieur de l'ensemble admissible, d'où l'appelation de point "intérieur". Chaque itération de l'algorithme consiste à résoudre (approximativement) le problème de la minimisation de B_μ. Lorsque la barrière μ tend vers 0, le minimiseur $x^\star_\mu$ tend vers $x^\star$, le minimiseur de (1).

2 Contribution

Nous nous intéressons ici au point intérieur introduit dans [1]. Dans cet article, la méthode est étudiée pour des contraintes inégalités. La manière la plus simple de traiter une contrainte égalité dans ce cadre est de la transformer en deux contraintes inégalité :

$$a(x) = 0 \Leftrightarrow a(x) \leq 0, -a(x) \leq 0. \tag{3}$$

Bien que formellement équivalente, cette reformulation n'est pas neutre pour le point intérieur. À chaque itération de l'algorithme, le point intérieur fait un pas dont la taille est déterminée par la solution d'un système de Newton. Écrire une contrainte égalité comme deux contraintes inégalité ajoute une contrainte sur la taille de ce pas, ce qui peut ralentir la résolution numérique du problème.

Après avoir expliqué d'où vient cette contrainte supplémentaire, nous montrons à l'aide d'exemples numériques qu'il peut être intéressant d'avoir un traitement dédié pour les contraintes égalité dans un point intérieur.

Références

[1] O. Hinder, and Y. Ye. A one-phase interior point method for nonconvex optimization *arXiv preprint arXiv :1801.03072*