

Résolution du *Time-Dependent Travelling Salesman Problem* (*TDTSP*) avec Hexaly

Bordillon Théo

Hexaly, 251 boulevard Pereire, 75017 Paris, France
tbordillon@hexaly.com

Mots-clés : *tournées de véhicules, gestion du trafic, fenêtres de temps*

1 Introduction

Le problème du voyageur de commerce (*TSP*) est un défi classique d'optimisation combinatoire cherchant le chemin le plus court pour visiter un ensemble de villes exactement une fois et revenir au point de départ. Ce problème déjà complexe, ne capture pas certains aspects opérationnels comme les dépendances temporelles. Le *Time Dependent TSP* (*TDTSP*) est une variante du *TSP* prenant en compte cet aspect.

Contrairement au *TSP* classique où les distances entre les villes sont constantes, le *TDTSP* intègre des temps de trajet variables, modélisant des conditions réelles où les temps de déplacement fluctuent en fonction de l'heure de la journée, du trafic ou d'autres facteurs temporels. Des temps d'attente entre les villes sont aussi à déterminer. Cette complexité supplémentaire engendre des défis algorithmiques majeurs, car trouver le chemin optimal implique désormais non seulement la distance la plus courte, mais aussi le timing le plus efficace. Le *TDTSP* revêt une importance significative dans divers domaines tels que la logistique, la planification des transports et les réseaux de distribution où la temporalité des déplacements joue un rôle crucial dans la prise de décision stratégique. Rajouter de nouvelles informations temporelles se modélise très facilement avec le formalisme de modélisation d'Hexaly.

Hexaly est un solveur d'optimisation mathématique basé sur différentes techniques de recherche opérationnelle, combinant des méthodes exactes, telles que la programmation linéaire, non linéaire et par contraintes, et heuristiques [1].

2 Modélisation

Traditionnellement, le *TDTSP* est modélisé avec une discrétisation de l'horizon temporel et une matrice de temps par pas de temps. Cette matrice peut être construite de différentes manières :

- En utilisant une pénalité sur les heures de forte affluence.
- En utilisant une pénalité locale à certaines heures, par exemple dans les zones denses.
- En utilisant une matrice de temps retournée par un fournisseur de données.

En se basant sur une de ces méthodes, il est très facile de construire le reste du modèle qui est intégrable directement dans le formalisme de modélisation de Hexaly. Une variable de liste¹ *sequence* est utilisée afin de représenter le tour, où *sequence*[*i*] est l'indice de la *i*ème ville (pour $i \in [0, n[$, avec n le nombre de villes). Une variable entière *attente*[*i*] $\in [0, horizon]$ (*horizon* définit la fin de l'horizon temporel) représente le temps d'attente du véhicule dans la ville *i* avant de partir. Il ne reste plus qu'à minimiser la date de retour à la première ville en prenant en compte les temps d'attente et le trafic.

1. Une variable de liste de taille n est une variable de décision dont la valeur est une permutation d'un sous-ensemble de $\{0, \dots, n-1\}$.

D'autres problèmes en découlent, comme le *TDTSP* (*Time-Dependent Travelling Salesman Problem*) où les points ont des fenêtres de temps pour les visites et le *TDCVRPTW* (*Time-Dependent Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows*) où plusieurs véhicules sont disponibles pour servir un ensemble des points présentant une demande [2].

3 Résultats

Le tableau suivant compare les résultats de Hexaly à ceux de la littérature pour deux groupes d'instances [3]. Le premier benchmark pour le *TDTSP* est composé 651 instances réparties selon différentes tailles (10, 20, 30, 50 et 100 villes). Le second, pour le *TDTSP* en présente 300 sur les mêmes tailles.

Tailles	Ecart moyen (60s)		Nombre de solutions améliorées	
	<i>TDTSP</i>	<i>TDTSP</i>	<i>TDTSP</i>	<i>TDTSP</i>
10	0	0	0 / 180 (180*)	0 / 60 (60*)
20	-0.20%	0.07%	3 / 171 (165*)	0 / 60 (60*)
30	-1.23%	0.03%	137 / 180	4 / 60 (48*)
50	-1.31%	1.5%	52 / 60	12 / 60
100	-1.31%	1.61%	47 / 60	0 / 60

* Nombre de solutions prouvées optimales dans la littérature

TAB. 1 – Comparaison des performances de Hexaly par rapport aux résultats de la littérature sur le *TDTSP* et le *TDTSP*

4 Conclusion

La résolution du *Time-Dependent Travelling Salesman Problem* avec Hexaly permet d'obtenir d'excellents résultats sur les instances de la littérature. On observe notamment une amélioration de 78% des solutions non prouvées optimales de la littérature pour le *TDTSP*. Pour la version plus contrainte, impliquant des fenêtres de temps, Hexaly trouve aussi de très bonnes solutions avec un écart moyen faible et quelques solutions battues (12%). La modélisation proposée est fréquemment utilisée par Hexaly dans ses applications industrielles de tournées de véhicules pour prendre en compte le trafic.

Références

- [1] F. Gardi, T. Benoit, J. Darlay, B. Estellon, et R. Megel. *Mathematical Programming Solver Based on Local Search*, Wiley, 2014
- [2] M.A. Figliozzi. *The time dependent vehicle routing problem with time windows : Benchmark problems, an efficient solution algorithm, and solution characteristics*. Transportation Research Part E, 48(3) :616–636, 2012.
- [3] P.A. Melgarejo, P.Laborie et C. Solnon. *A Time-Dependent No-Overlap Constraint : Application to Urban Delivery Problems*. Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming (CPAIOR 2015), LNCS 9075, pp. 1-17, Springer, 2015.